

제 2 교시

# 수학 영역(B형)

5지선다형

1. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & a \end{pmatrix}$ 에 대하여  $2A + B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$ 일 때,  $a$ 의 값은? [2점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{xe^x}$ 의 값은? [2점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 공비가 0이 아닌 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 = 4$ ,  $3a_5 = a_7$ 일 때,  $a_3$ 의 값은? [2점]

① 6      ② 9      ③ 12      ④ 15      ⑤ 18

4. 좌표공간의 점  $P(2, 2, 3)$ 을  $yz$ 평면에 대하여 대칭이동시킨 점을  $Q$ 라 하자. 두 점  $P$ 와  $Q$  사이의 거리는? [3점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

# 2

## 수학 영역(B형)

5. 함수  $f(x) = (2e^x + 1)^3$ 에 대하여  $f'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 48      ② 51      ③ 54      ④ 57      ⑤ 60

6. 좌표평면 위의 네 점  $O(0, 0)$ ,  $A(4, 2)$ ,  $B(0, 2)$ ,  $C(2, 0)$ 에 대하여  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC}$ 의 값은? [3점]

- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

7. 행렬  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 로 나타내어지는 일차변환을  $f$ , 원점을 중심으로  $\frac{\pi}{4}$ 만큼 회전하는 회전변환을  $g$ 라 하자. 합성변환  $f \circ g$ 에 의하여 점  $(3, 3)$ 이 옮겨진 점을  $P$ 라 할 때, 선분  $OP$ 의 길이는? (단,  $O$ 는 원점이다.) [3점]

- ①  $2\sqrt{2}$       ②  $2\sqrt{5}$       ③  $4\sqrt{2}$       ④  $3\sqrt{5}$       ⑤  $6\sqrt{2}$

8. 로그방정식  $\log_2(4+x) + \log_2(4-x) = 3$ 을 만족시키는 모든 실수  $x$ 의 값의 곱은? [3점]

- ① -10    ② -8    ③ -6    ④ -4    ⑤ -2

10. 곡선  $y = \ln 5x$  위의 점  $\left(\frac{1}{5}, 0\right)$ 에서의 접선의  $y$ 절편은?

[3점]

- ①  $-\frac{5}{2}$     ② -2    ③  $-\frac{3}{2}$     ④ -1    ⑤  $-\frac{1}{2}$

9. 두 사건  $A, B$ 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{6}, \quad P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B) = \frac{1}{3}$$

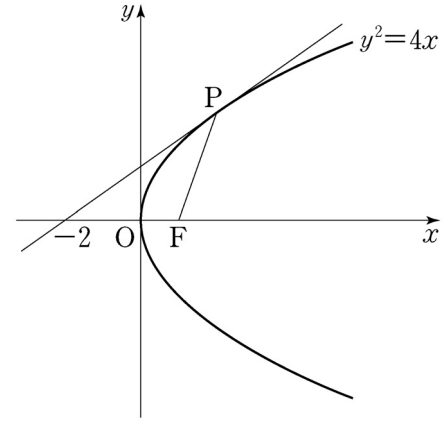
일 때,  $P(B)$ 의 값은? (단,  $A^c$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{8}$     ②  $\frac{1}{4}$     ③  $\frac{3}{8}$     ④  $\frac{1}{2}$     ⑤  $\frac{5}{8}$

11. 좌표평면에서 두 직선  $x-y-1=0$ ,  $ax-y+1=0$ 이 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 하자.  $\tan\theta = \frac{1}{6}$  일 때, 상수  $a$ 의 값은? (단,  $a > 1$ ) [3점]

- ①  $\frac{11}{10}$     ②  $\frac{6}{5}$     ③  $\frac{13}{10}$     ④  $\frac{7}{5}$     ⑤  $\frac{3}{2}$

12. 그림과 같이 초점이 F인 포물선  $y^2 = 4x$  위의 한 점 P에서의 접선이 x축과 만나는 점의 x좌표가 -2이다.  $\cos(\angle PFO)$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]



- ①  $-\frac{5}{12}$     ②  $-\frac{1}{3}$     ③  $-\frac{1}{4}$     ④  $-\frac{1}{6}$     ⑤  $-\frac{1}{12}$

13. 어느 회사 직원들의 하루 여가 활동 시간은 모평균이  $m$ , 모표준편차가 10인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사 직원 중  $n$ 명을 임의추출하여 신뢰도 95%로 추정한 모평균  $m$ 에 대한 신뢰구간이  $[38.08, 45.92]$ 일 때,  $n$ 의 값은? (단, 시간의 단위는 분이고,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때  $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 25      ② 36      ③ 49      ④ 64      ⑤ 81

14. 곡선  $y = e^{\frac{x}{2}}$  과  $y$ 축 및 직선  $y = e$ 로 둘러싸인 부분을  $x$ 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는? [4점]

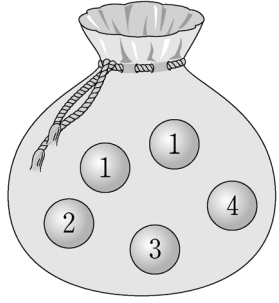
- ①  $\frac{e^2+1}{2}\pi$       ②  $\frac{e(e+1)}{2}\pi$       ③  $e^2\pi$   
 ④  $(e^2+1)\pi$       ⑤  $e(e+1)\pi$

# 6

## 수학 영역(B형)

15. 주머니에 1, 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내어 임의로 일렬로 나열하고, 나열된 순서대로 공에 적혀 있는 수를  $a, b, c, d$ 라 할 때,  $a \leq b \leq c \leq d$ 일 확률은? [4점]

- ①  $\frac{1}{15}$     ②  $\frac{1}{12}$     ③  $\frac{1}{9}$     ④  $\frac{1}{6}$     ⑤  $\frac{1}{3}$



16. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 10$ 이고

$$(a_{n+1})^{n+1} = \frac{a_1 + (a_2)^2 + (a_3)^3 + \dots + (a_n)^n}{n} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항  $a_n$ 을 구하는 과정의 일부이다.

$b_n = (a_n)^n$ 이라 하면  $b_1 = 10$ 이고 주어진 식으로부터

$$b_{n+1} = \frac{b_1 + b_2 + \dots + b_n}{n} \quad (n \geq 1)$$

이다.  $S_n = \sum_{k=1}^n b_k$ 라 하면

$$S_{n+1} = \boxed{\text{(가)}} \times S_n$$

이다.

$$S_1 = 10,$$

$$S_n = S_1 \times \frac{S_2}{S_1} \times \frac{S_3}{S_2} \times \dots \times \frac{S_n}{S_{n-1}} \quad (n \geq 2)$$

를 이용하여  $S_n$ 을 구하면

$$S_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$$

이다.

⋮

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n), g(n)$ 이라 할 때,  $f(5) \times g(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 72    ② 76    ③ 80    ④ 84    ⑤ 88

17. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 가

$$B^2 + AB = E, \quad B^2 = B - E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ.  $AB = BA$   
 ㄴ.  $A + 2B = E$   
 ㄷ.  $A^3 + A^2 + 3A = 2E$

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 확률변수  $X$ 는 정규분포  $N(10, 4^2)$ , 확률변수  $Y$ 는 정규분포  $N(m, 4^2)$ 을 따르고, 확률변수  $X$ 와  $Y$ 의 확률밀도함수는 각각  $f(x)$ 와  $g(x)$ 이다.

$$f(12) = g(26), \quad P(Y \geq 26) \geq 0.5$$

일 때,  $P(Y \leq 20)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.0062                      ② 0.0228                      ③ 0.0896  
 ④ 0.1587                      ⑤ 0.2255

19. 두 초점이 F, F'인 쌍곡선  $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$  위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 P는 제1사분면에 있다.
- (나) 삼각형 PF'F가 이등변삼각형이다.

삼각형 PF'F의 넓이를 a라 할 때, 모든 a의 값의 곱은? [4점]

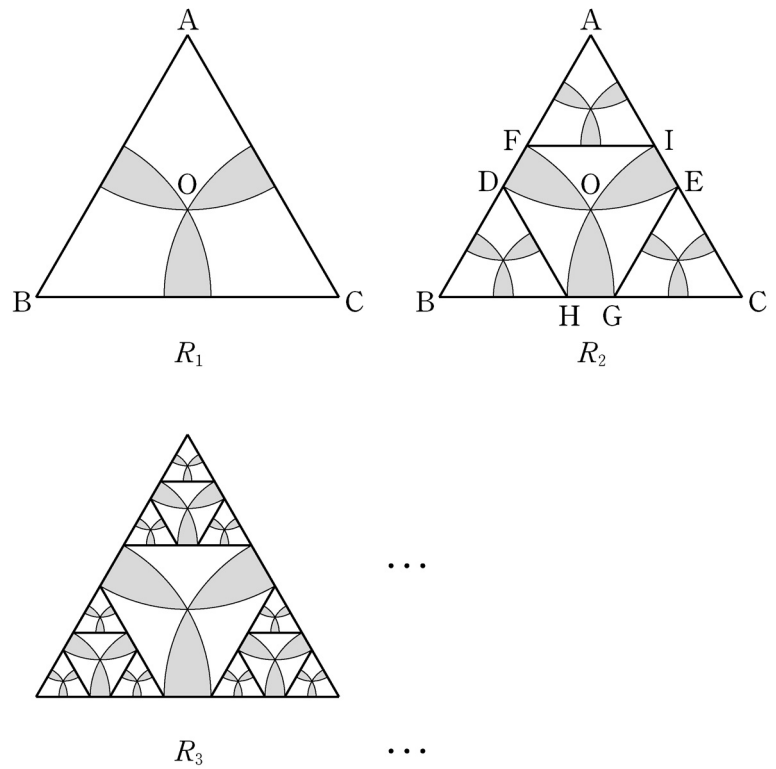
- ①  $3\sqrt{77}$     ②  $6\sqrt{21}$     ③  $9\sqrt{10}$     ④  $21\sqrt{2}$     ⑤  $3\sqrt{105}$

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC가 있다. 정삼각형 ABC의 외심을 O라 할 때, 중심이 A이고 반지름의 길이가  $\overline{AO}$ 인 원을  $O_A$ , 중심이 B이고 반지름의 길이가  $\overline{BO}$ 인 원을  $O_B$ , 중심이 C이고 반지름의 길이가  $\overline{CO}$ 인 원을  $O_C$ 라 하자. 원  $O_A$ 와 원  $O_B$ 의 내부의 공통부분, 원  $O_A$ 와 원  $O_C$ 의 내부의 공통부분, 원  $O_B$ 와 원  $O_C$ 의 내부의 공통부분 중 삼각형 ABC 내부에 있는 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에 원  $O_A$ 가 두 선분 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E, 원  $O_B$ 가 두 선분 AB, BC와 만나는 점을 각각 F, G, 원  $O_C$ 가 두 선분 BC, AC와 만나는 점을 각각 H, I라 하고, 세 정삼각형 AFI, BHD, CEG에서  $R_1$ 을 얻는 과정과 같은 방법으로 각각 만들어지는 모양의 도형 3개에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

그림  $R_2$ 에 새로 만들어진 세 개의 정삼각형에 각각  $R_1$ 에서  $R_2$ 를 얻는 과정과 같은 방법으로 만들어지는 모양의 도형 9개에 색칠하여 얻은 그림을  $R_3$ 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $(2\pi - 3\sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$
- ②  $(\pi - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$
- ③  $(2\pi - 3\sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3)$
- ④  $(\pi - \sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3)$
- ⑤  $(2\pi - 2\sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$

21. 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |\sin x| - \sin x & \left(-\frac{7}{2}\pi \leq x < 0\right) \\ \sin x - |\sin x| & \left(0 \leq x \leq \frac{7}{2}\pi\right) \end{cases}$$

라 하자. 닫힌 구간  $\left[-\frac{7}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi\right]$ 에 속하는 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\int_a^x f(t) dt \geq 0$ 이 되도록 하는 실수  $a$ 의 최솟값을  $\alpha$ , 최댓값을  $\beta$ 라 할 때,  $\beta - \alpha$ 의 값은? (단,  $-\frac{7}{2}\pi \leq a \leq \frac{7}{2}\pi$ )

[4점]

- ①  $\frac{\pi}{2}$       ②  $\frac{3}{2}\pi$       ③  $\frac{5}{2}\pi$       ④  $\frac{7}{2}\pi$       ⑤  $\frac{9}{2}\pi$

단답형

22.  $\int_1^{16} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 무리방정식  $\sqrt{-x^2+7x} = -x^2+7x-2$ 의 모든 실근의 곱을 구하시오. [3점]

24. 자연수  $n$ 에 대하여  $x$ 에 대한 이차방정식

$$x^2 + 2nx - 4n = 0$$

의 양의 실근을  $a_n$ 이라 하자.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 고속철도의 최고소음도  $L(\text{dB})$ 을 예측하는 모형에 따르면 한 지점에서 가까운 선로 중앙 지점까지의 거리를  $d(\text{m})$ , 열차가 가까운 선로 중앙 지점을 통과할 때의 속력을  $v(\text{km/h})$ 라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

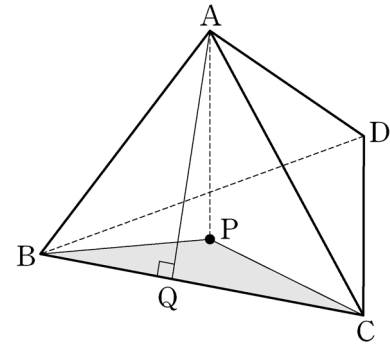
$$L = 80 + 28 \log \frac{v}{100} - 14 \log \frac{d}{25}$$

가까운 선로 중앙 지점  $P$ 까지의 거리가  $75 \text{ m}$ 인 한 지점에서 속력이 서로 다른 두 열차  $A, B$ 의 최고소음도를 예측하고자 한다. 열차  $A$ 가 지점  $P$ 를 통과할 때의 속력이 열차  $B$ 가 지점  $P$ 를 통과할 때의 속력의  $0.9$ 배일 때, 두 열차  $A, B$ 의 예측 최고소음도를 각각  $L_A, L_B$ 라 하자.  $L_B - L_A$ 의 값을  $a + b \log 3$ 이라 할 때,  $a - b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 와  $b$ 는 정수이다.) [3점]

26. 그림과 같이  $\overline{AB} = 9, \overline{BC} = 12, \cos(\angle ABC) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 인

사면체  $ABCD$ 에 대하여 점  $A$ 의 평면  $BCD$  위로의 정사영을  $P$ 라 하고 점  $A$ 에서 선분  $BC$ 에 내린 수선의 발을  $Q$ 라 하자.

$\cos(\angle AQP) = \frac{\sqrt{3}}{6}$ 일 때 삼각형  $BCP$ 의 넓이는  $k$ 이다.  $k^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

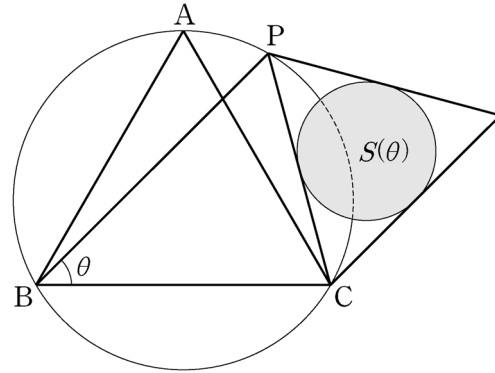


27. 다음 조건을 만족시키는 2 이상의 자연수  $a, b, c, d$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가)  $a+b+c+d=20$   
 (나)  $a, b, c$ 는 모두  $d$ 의 배수이다.

28. 그림과 같이 원에 내접하고 한 변의 길이가  $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형  $ABC$ 가 있다. 점  $B$ 를 포함하지 않는 호  $AC$  위의 점  $P$ 에 대하여  $\angle PBC = \theta$ 라 하고, 선분  $PC$ 를 한 변으로 하는 정삼각형에 내접하는 원의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.

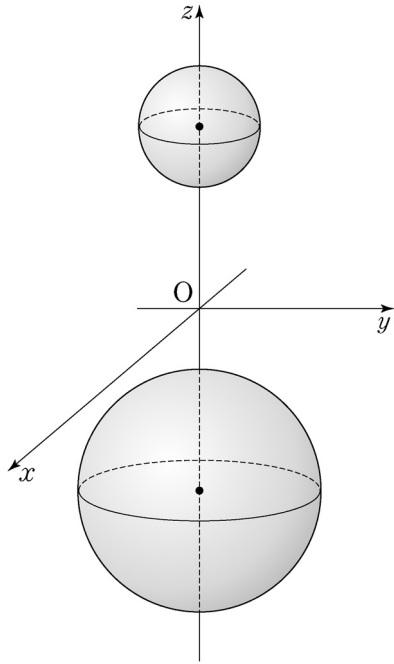
$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = a\pi$ 일 때,  $60a$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 좌표공간에 두 개의 구

$$S_1: x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1, \quad S_2: x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 4$$

가 있다. 점  $P\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{6}, 0\right)$ 을 포함하고  $S_1$ 과  $S_2$ 에 동시에 접하는 평면을  $\alpha$ 라 하자. 점  $Q(k, -\sqrt{3}, 2)$ 가 평면  $\alpha$  위의 점일 때  $120k$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 양수  $a$ 와 두 실수  $b, c$ 에 대하여 함수

$$f(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$$

은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f(x)$ 는  $x = -\sqrt{3}$  과  $x = \sqrt{3}$  에서 극값을 갖는다.  
 (나)  $0 \leq x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수  $x_1, x_2$ 에 대하여  $f(x_2) - f(x_1) + x_2 - x_1 \geq 0$ 이다.

세 수  $a, b, c$ 의 곱  $abc$ 의 최댓값을  $\frac{k}{e^3}$ 라 할 때,  $60k$ 의 값을 구하시오. [4점]

- \* 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.